ラグランジュ未定乗数法の練習

$$\max_{x_1, x_2} u(x_1, x_2) \quad s.t. \quad p_1x_1 + p_2x_2 = I$$

$$u(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{3}} x_2^{\frac{2}{3}}$$

$$L(x_1, x_2, \lambda) = x^{\frac{1}{3}} x_2^{\frac{2}{3}} - \lambda\{I - (p_1x_1 + p_2x_2)\}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{1}{3} x_1^{-\frac{2}{3}} x_2^{\frac{2}{3}} - \lambda p_1 = 0 \quad \cdots (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{2}{3} x_1^{\frac{1}{3}} x_2^{-\frac{1}{3}} - \lambda p_2 = 0 \quad \cdots (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial I} = I - (p_1x_1 + p_2x_2) = 0 \quad \cdots (3)$$

(1), (2) より $\dfrac{x_2}{2x_1} = \dfrac{p_1}{p_2}$

$$x^2 = 2\frac{p_1}{p_2} x_1$$

これを (3) に代入して

$$I - 3p_1x_1 = 0$$

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{3p_1} I \\ x_2 &= \frac{2}{3p_2} I \end{aligned}\right\}$$ 需要関数

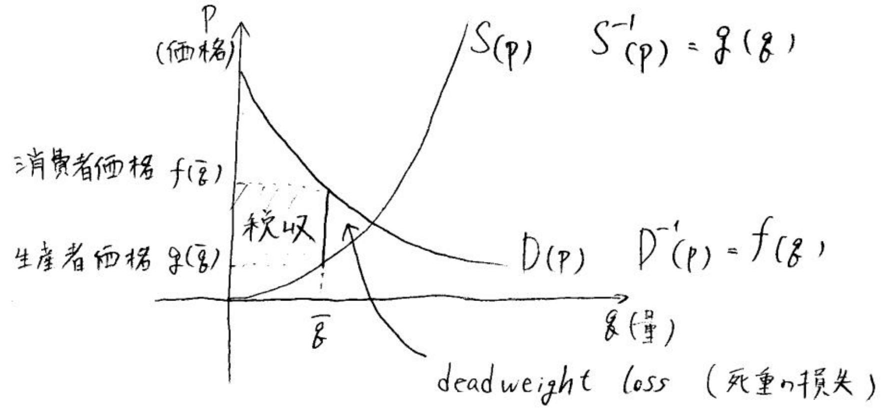
$$\therefore \max u(x_1, x_2) = \left(\frac{1}{3p_1} I\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{2}{3p_2} I\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{I}{3} \sqrt[3]{\frac{4}{p_1 p_2^2}}$$

//

Date ・10・14

死重の損失



図より余剰は

$$\int_0^{\bar{q}} (f(q) - g(q))\,dq$$

$$= F(\bar{q}) - F(0) - G(\bar{q}) + G(0) = H(\bar{q})$$

∴ 余剰を最大にするには

$$H'(\bar{q}) = f(\bar{q}) - g(\bar{q}) = 0$$

つまり税収0で余剰最大

訂正

p.3　3行目　$f(tx+(1-t)y) \geq tf(x)+(1-t)f(y)$

　　4行目　　〃　$\leq$　〃

例

p.13　代替財の例　1財＝米　2財＝パン

　　　補完財の例　1財＝コーヒー　2財＝砂糖

余談

〜タバコと税〜

税をtとすると

消費者の支払うお金 …… $(p_1+t)\,x_1(p_1+t, p_2, I)$

税収　$t\,x_1(p_1+t, p_2, I)$

税収をtで偏微分すると

$$x_1(p_1+t, p_2, I) + t\,\frac{\partial x_1(p_1+t, p_2, I)}{\partial p_1} \quad \cdots (1)$$

また需要の税に対する弾力性をεとすると

$$\varepsilon = -\frac{t}{x_1}\frac{\partial x_1}{\partial p_1}$$

∴(1)は　$x_1 + (-\varepsilon x_1) = (1-\varepsilon)x_1$

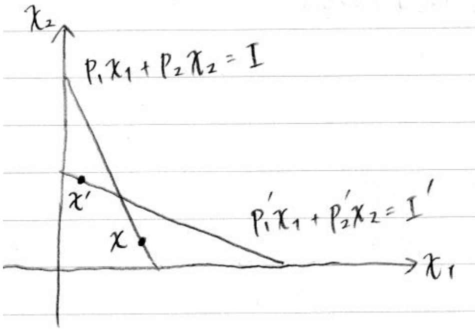
よってtを大きくするとき、

$1 > \varepsilon$ なら税収増

$1 < \varepsilon$ なら税収減

・10・28

余談(?)



(p_1, p_2, I)のときx'は買えた。しかしxを買った。
(p_1', p_2', I')のときxは買えた。しかしx'を買った。

→ 効用関数の存在に矛盾

⇒ このような選択をしない個人を前提としている。

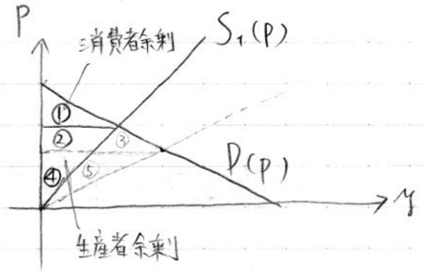
しかし、必ずしもこのようにはなっていない。
e.g. 利他的行動、妬み、悪意、公平性

⇒ それでも合理的かつ利己的な個人を前提とすることは重要

参入規制のはなし

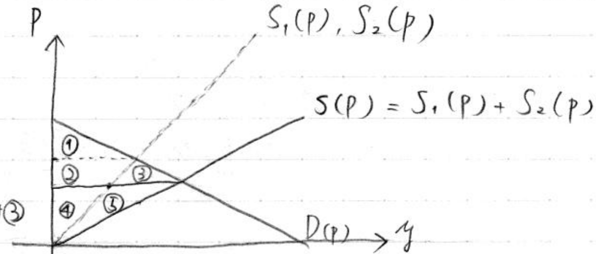
Date 22 11 4

供給関数 $y = \frac{P}{2w_1}$ ← 固定



1企業

2企業(同じ生産関数)



☆参入前

消費者余剰 ①

利潤(企業1) ②+④

☆参入後

消費者余剰 ①+②+③

利潤(企業1) ④

利潤(企業2) (④+⑤) − ④
= ⑤

⇒ 企業1の利潤をある程度補填してやれば皆が得をしてHAPPY!

じゃあ何でも参入規制を外せばよいのか?

e.g. 大学新設の認可 ⟸ 解消するのに莫大な時間と金がかかる
情報の非対称性がある場合

11　4

色々と訂正

p.7 シェファードの補題 :: 以下について、

∵ $(\bar{p}, \bar{\mathbf{w}})$ のときの最適な $\mathbf{x}$ を $\bar{\mathbf{x}}$ とする $\left(\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{x}(\bar{p}, \bar{\mathbf{w}}),\ \bar{y} = f(\bar{\mathbf{x}})\right)$

$g(p, \mathbf{w}) = \pi(p, \mathbf{w}) - (p\bar{y} - w\bar{\mathbf{x}})$ と定義する。

$g(p, \mathbf{w}) \geq 0$ がんy

$g(\bar{p}, \bar{\mathbf{w}}) = 0$

g を w_i, p で偏微分 $\Rightarrow$

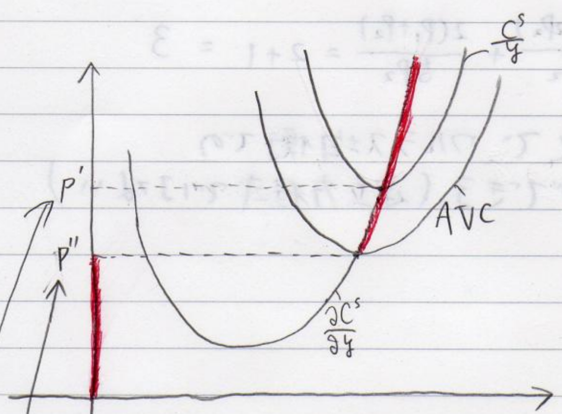
$$0 = \frac{\partial g(\bar{p}, \bar{\mathbf{w}})}{\partial w_i} = \frac{\partial \pi(\bar{p}, \bar{\mathbf{w}})}{\partial w_i} + \bar{x}_i$$

$$0 = \frac{\partial g}{\partial p} = \frac{\partial \pi(\bar{p}, \bar{\mathbf{w}})}{\partial p} - \bar{y}$$

ここまでで、ベクトルとスカラーが間違っていたり、
見づらかったりするところがあるので一応…。

Date ・11・11

生産関数が、最初は収穫逓増、後に逓減のタイプで、固定費用があるときの供給曲線



生産中止価格　　　※供給曲線を赤色で示した。

損益分岐価格

11・18

P.2　問題の略解

$$u^1(x_1^1, x_2^1) = (x_1^1)^2 (x_2^1)^3, \quad (\bar{x}_1^1, \bar{x}_2^1) = (1, 2)$$
$$u^2(x_1^2, x_2^2) = (x_1^2)^3 (x_2^2)^2, \quad (\bar{x}_1^2, \bar{x}_2^2) = (1, 1)$$

消費者1と2、それぞれについて効用最大化問題を解き

$$\begin{cases} x_1^1 = \dfrac{2(p_1 + 2p_2)}{5p_1} \\ x_2^1 = \dfrac{3(p_1 + 2p_2)}{5p_2} \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1^2 = \dfrac{3(p_1 + p_2)}{5p_1} \\ x_2^2 = \dfrac{2(p_1 + p_2)}{5p_2} \end{cases}$$

以上がオファーカーブ

Date ・11・18

ワルラス均衡では　需要＝供給　が成立しているので

1財について　$x_1^1 + x_1^2 = \frac{2(p_1+2p_2)}{5p_1} + \frac{3(p_1+p_2)}{5p_1} = 1+1 = 2$

2財について　$x_2^1 + x_2^2 = \frac{3(p_1+2p_2)}{5p_2} + \frac{2(p_1+p_2)}{5p_2} = 2+1 = 3$

これのどちらかを解くことで、ワルラス均衡での
価格比を求めることができる（連立方程式ではない）

〜あとがき〜

本当はレジュメと一緒にうpできれば良かったのですが、
レジュメ自体を小さく印刷してしまったら汚くて見づらい
ということでこのような形式となりました。
レジュメと対応するところにはページ数を書いておきました。
ページ番号が書いていないものは、先生が黒板を使って
説明したところになります。では皆さん頑張りましょう！

10/7〜11/18 担当　春田